

1 次の問いに答えなさい。解答用紙には答えのみを記入しなさい。 (47点)

(1) $x - y = 6$, $xy = 2$ のとき、 $x^2 - 3xy + y^2$ の値を求めなさい。

(2) $\frac{a+b}{x-y} = 3$ を x について解きなさい。

(3) 2点 A ($a+4$, $b+7$) , B ($-2b$, $2a$) が y 軸に関して対称であるとき、 a , b の値を求めなさい。

(4) $\sqrt{504n}$ が自然数になるような自然数 n の中で、最小のものを求めなさい。

(5) $x^2 - z^2 - xy + yz$ を因数分解しなさい。

- (6) $(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - (1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})^2$ の値を小数第 3 位まで求めなさい。
ただし、 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$ とします。

- (7) 関数 $y = \frac{6}{x}$ において、 x の変域が $x > 2$ であるとき、 y の変域を求めなさい。

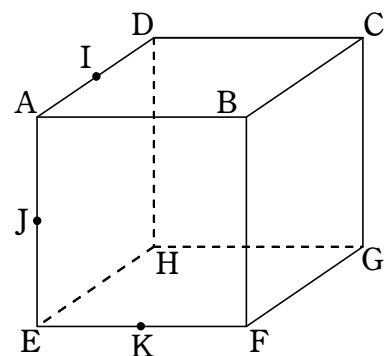
- (8) 底面が半径 3 cm で、高さが 4 cm の円錐の体積と表面積を求めなさい。
ただし、円周率は π とします。

- (9) 右の図の立方体において、次の角の大きさを求めなさい。
ただし、点 I, J, K はそれぞれ辺 AD, 辺 AE, 辺 EF の中点とします。

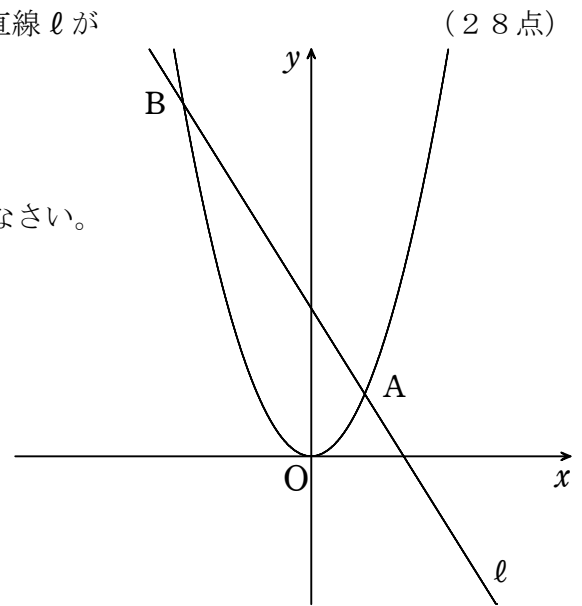
(ア) $\angle AFG$

(イ) $\angle AFC$

(ウ) $\angle IJK$



- 2 右の図のように放物線 $y = ax^2$ と傾き -2 の直線 ℓ が点 $A(1, 2)$ と点 B で交わっています。原点は O とします。次の問いに答えなさい。ただし、(1) は答えのみを記入し、(2) ~ (5) は途中の式や考え方も記述しなさい。



- (1) (ア) a の値を求めなさい。
- (イ) 直線 ℓ の式を求めなさい。
- (ウ) 点 B の座標を求めなさい。
- (2) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。
- (3) x 軸上に点 P をとる。点 P を通り y 軸に平行な直線が、 $\triangle OAB$ の面積を 2 等分するように点 P の座標を定めなさい。
- (4) $\triangle OAB$ を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。
- (5) x 軸上に点 Q をとる。線分の長さの和 $AQ + BQ$ が最小になるように点 Q の座標を定めなさい。

【 計 算 欄 】

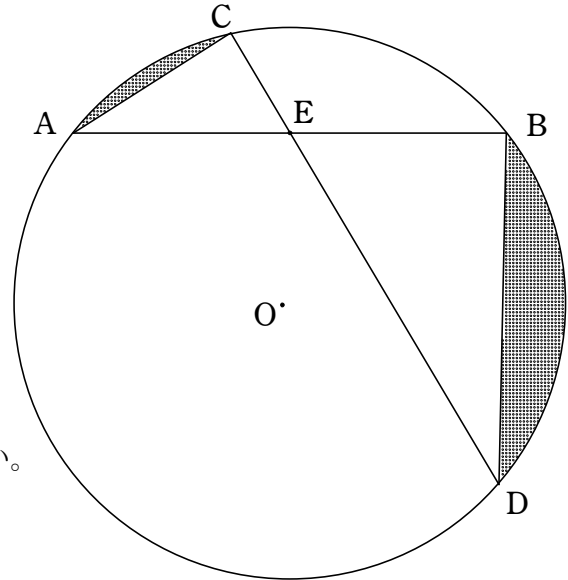
3 下の図のように、円 O の 2 本の弦 AB , CD が弦 AB の中点 E で交わっています。

$AB=12\text{ cm}$, $DE=12\text{ cm}$, $\angle EBD=90^\circ$ のとき、次の問いに答えなさい。

途中の式や考え方も記述しなさい。ただし、円周率は π とします。

(25点)

- (1) 線分 AC の長さを求めなさい。
- (2) 円 O の半径を求めなさい。
- (3) 扇形 OBC の面積を求めなさい。
- (4) $\triangle AOC$ の面積を求めなさい。
- (5) 影のついた部分の面積の和を求めなさい。



【 計 算 欄 】

受験番号		氏名		採点	
------	--	----	--	----	--

1 答えのみを記入しなさい

(1)	(2) $x =$	(3) $a =$, $b =$	(4) $n =$
(5)	(6)	(7)	
(8) 体積 cm^3 , 表面積 cm^2	(9) (ア)	(イ)	(ウ)

2 (1)は答えのみ, (2)~(5)は途中の式や考え方も記述しなさい

<p>(1)</p> <p>(ア) $a =$</p> <hr/> <p>(イ)</p> <hr/> <p>(ウ)</p> <p>(2)</p> <p style="text-align: center;">(答)</p> <p>(3)</p> <p style="text-align: center;">(答)</p>	<p>(4)</p> <p style="text-align: center;">(答)</p> <p>(5)</p> <p style="text-align: center;">(答)</p>
--	---

受験番号		氏名	
------	--	----	--

3 途中の式や考え方も記述しなさい

(1)	
(答)	cm
(2)	
(答)	cm
(3)	
(答)	cm ²

(4)	
(答)	cm ²
(5)	
(答)	cm ²

受験番号		氏名		採点	
------	--	----	--	----	--

1 答えのみを記入しなさい

(1) 34 (5点)	(2) $x = \frac{a+b+3y}{3}$ (5点)	(3) $a = 6, b = 5$ (5点)	(4) $n = 14$ (5点)
(5) $(x-z)(x-y+z)$ (5点)	(6) -1.272 (5点)	(7) $0 < y < 3$ (5点)	
(8) 体積 $12\pi \text{ cm}^3$, (2点) 表面積 $24\pi \text{ cm}^2$ (4点)	(9) (ア) 90° (2点) (イ) 60° (2点) (ウ) 120° (2点)		

2 (1)は答えのみ, (2)~(5)は途中の式や考え方も記述しなさい

(1)	(ア) $a = 2$ (2点)
	(イ) $y = -2x + 4$ (2点)
	(ウ) $(-2, 8)$ (2点)
(2)	直線 l と y 軸との交点を C とすると、 $OC = 4$ だから、 $\triangle OAB = \triangle OCA + \triangle OCB$ $= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 1\right) + \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 2\right)$ $= 6$ (答) 6 (4点)
(3)	点 P の座標を $(t, 0)$ とし、点 P を通り y 軸に平行な直線と、直線 l 、直線 BO との交点をそれぞれ D, E とする。 直線 BO の式は $y = -4x$ だから $D(t, -2t + 4), E(t, -4t)$ $\triangle BDE = \frac{1}{2} \triangle OAB = 3$ となればよい。 $\triangle BDE = \frac{1}{2}(-2t + 4 + 4t)(t + 2)$ $= (t + 2)^2$ よって $(t + 2)^2 = 3$ $t + 2 = \pm\sqrt{3}$ $t = -2 \pm \sqrt{3}$ $-2 < t < 1$ だから $t = -2 + \sqrt{3}$ (答) $(-2 + \sqrt{3}, 0)$ (6点)

(4)	直線 l と x 軸との交点を $F(2, 0)$ とする。 点 B から x 軸に垂線 BG を下ろす。 $\triangle FBG, \triangle OAF, \triangle OBG$ を x 軸の周りに一回転してできる立体の体積をそれぞれ求めると $\frac{1}{3} \times 8^2 \pi \times 4 = \frac{256}{3} \pi$ $\left(\frac{1}{3} \times 2^2 \pi \times 1\right) \times 2 = \frac{8}{3} \pi$ $\frac{1}{3} \times 8^2 \pi \times 2 = \frac{128}{3} \pi$ よって求める体積は $\frac{256}{3} \pi - \frac{8}{3} \pi - \frac{128}{3} \pi = 40\pi$ (答) 40π (6点)
(5)	点 A と x 軸に関して対称な点を $A'(1, -2)$ とすると $AQ + BQ = A'Q + BQ$ だから、これが最小になるのは、3点 A', Q, B が一直線上にあるときである。 直線 $A'B$ の式は $y = -\frac{10}{3}x + \frac{4}{3}$ 点 Q の y 座標は 0 だから $-\frac{10}{3}x + \frac{4}{3} = 0$ $x = \frac{2}{5}$ (答) $\left(\frac{2}{5}, 0\right)$ (6点)

受験番号		氏名	
------	--	----	--

3 途中の式や考え方も記述しなさい

(1) $\triangle EBD$ は $EB : ED = 1 : 2$, $\angle EBD = 90^\circ$ だから
 $\angle BED = 60^\circ$, $BD = 6\sqrt{3}$
 $\angle ACD = \angle ABD$, $\angle CEA = \angle BED$ より
 $\triangle ACE \sim \triangle DBE$
 $AE = 6$ だから $CE = 3$, $AC = 3\sqrt{3}$

(答) $3\sqrt{3}$ cm
(5点)

(2) $\angle ABD = 90^\circ$ だから、 AD は円 O の直径である。
 $\triangle ABD$ において三平方の定理により
 $AD^2 = AB^2 + BD^2$
 $= 12^2 + (6\sqrt{3})^2$
 $= 144 + 108 = 252$

$$AD = \sqrt{252} = 6\sqrt{7}$$

$$r = \frac{1}{2}AD = 3\sqrt{7}$$

(答) $3\sqrt{7}$ cm
(5点)

(3) $\angle COB = 2\angle CDB$
 $= 2 \times 30^\circ$
 $= 60^\circ$
 よって、扇形 OBC の面積は
 $(3\sqrt{7})^2 \pi \times \frac{60^\circ}{360^\circ}$
 $= 63\pi \times \frac{1}{6}$
 $= \frac{21}{2}\pi$

(答) $\frac{21}{2}\pi$ cm²
(5点)

(4) $\triangle AOC$ は $OA = OC = 3\sqrt{7}$ の二等辺三角形である。
 点 O から辺 AC に垂線 OH を引くと

$$AH = \frac{1}{2}AC = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ だから}$$

$$OH = \sqrt{(3\sqrt{7})^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{63 - \frac{27}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{225}{4}}$$

$$= \frac{15}{2}$$

$$\text{よって } \triangle AOC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times \frac{15}{2}$$

$$= \frac{45\sqrt{3}}{4}$$

(答) $\frac{45\sqrt{3}}{4}$ cm²

(5点)

(5) (4)と同様にして

$$\triangle BOD = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times \sqrt{(3\sqrt{7})^2 - (3\sqrt{3})^2}$$

$$= 3\sqrt{3} \times 6$$

$$= 18\sqrt{3}$$

求める面積は、半円から $\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ と扇形 OBC を除いた部分の面積だから

$$\frac{1}{2} \times (3\sqrt{7})^2 \pi - \frac{45\sqrt{3}}{4} - 18\sqrt{3} - \frac{21}{2}\pi$$

$$= \frac{63}{2}\pi - \frac{21}{2}\pi - \frac{45\sqrt{3} + 72\sqrt{3}}{4}$$

$$= 21\pi - \frac{117\sqrt{3}}{4}$$

(答) $21\pi - \frac{117\sqrt{3}}{4}$ cm²

(5点)