$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい．解答用紙には答えのみ記入すること．

（36 点）

(1) $\sqrt{50}+\dfrac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{\dfrac{1}{32}}$ を計算しなさい．

(2) $a^2+2ab-2a+b^2-2b$ を因数分解しなさい．

(3) 2 つの式 $\dfrac{a}{X}=2R$，$S=\dfrac{1}{2}bcX$ から X を消去して，S について解きなさい．

(4) 関数 $y=x^2$ において，x の変域が $-3<x\leqq 1$ であるとき，y の変域を求めなさい．

(5) 谷垣くん，木ノ下くん，黒木くんが 3 人でじゃんけんを 1 回する．このとき，谷垣くんだけが勝つ確率を求めなさい．

(6) 1 個 390 円のモンブランと 1 個 300 円のチーズケーキを合わせて 24 個買う．モンブランをできるだけたくさん買いたいが，代金の合計は 8000 円以下にしなければならない．モンブランとチーズケーキをそれぞれ何個ずつ買えばよいか求めなさい．

【　計　算　欄　】

$\boxed{2}$ 図のように，2つの放物線 $y=sx^2$, $y=tx^2$ $(s>0,\ t<0)$ があり，放物線 $y=sx^2$ 上に2点A，Bを，放物線 $y=tx^2$ 上に2点C，Dを，四角形ABCDが正方形となるようにとる．また，原点を通り，傾きが a の直線を ℓ とする．点Aの座標が(2，3)のとき，次の問いに答えなさい．

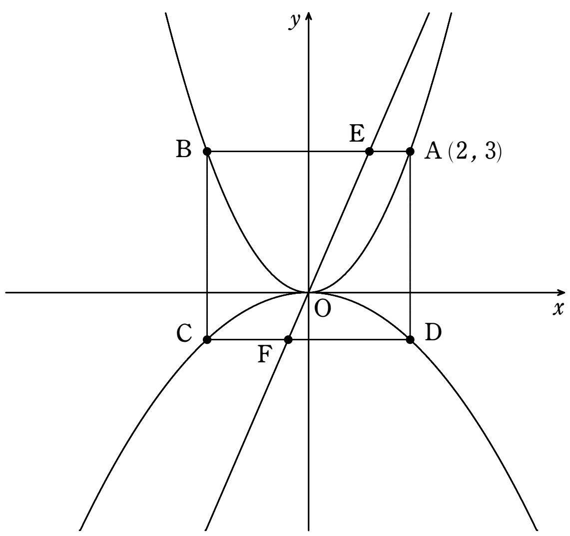
(30点)

(1) s, t の値を求めなさい．

(2) 直線 ℓ と線分AB，CDの交点をそれぞれE，Fとするとき，四角形AEFDの面積と四角形BCFEの面積の比が2：3になるような a の値を求めなさい．ただし，$a>\dfrac{3}{2}$ とする．

(3) (2)のとき，点Dを通り，四角形AEFDの面積を2等分する直線 m の方程式を求めなさい．

(4) (2)のとき，直線 ℓ と直線 m の交点をGとする．このとき，三角形DGFを y 軸の周りに1回転してできる立体の体積を求めなさい．ただし，円周率は π とする．



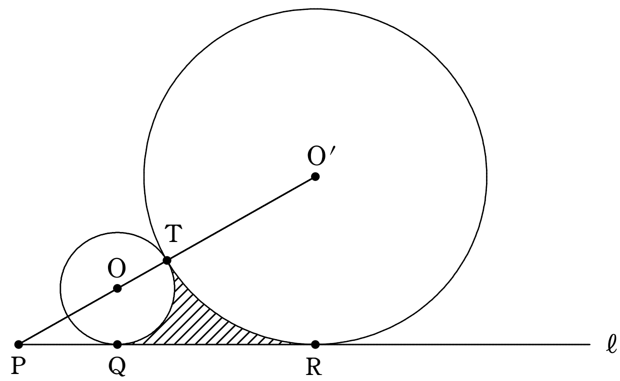
$\boxed{3}$　図のように，半径 1 の円 O と半径 3 の円 O′ が T で接している．2 円の共通の接線の 1 つを ℓ，ℓ と 2 円 O，O′ との接点をそれぞれ Q，R とし，2 円の中心 O，O′ を結んだ直線と ℓ との交点を P とするとき，次の問いに答えなさい．ただし，円周率は π とする．

（24 点）

(1)　QR の長さを求めなさい．

(2)　図の斜線部の面積を求めなさい．

(3)　T における 2 円の共通の接線を m とするとき，m によって斜線部は 2 つの部分に分けられるが，その 2 つの部分の大きい方と小さい方の面積をそれぞれ求めなさい．



$\boxed{4}$　今年は西暦 2016 年，和暦では平成 28 年である．2016 は 28 で割り切れる．今年のように西暦が和暦で割り切れる年を考えるとして，次の問いに答えなさい．

（10 点）

(1)　前回このようなことが起こったのは，西暦何年ですか.

(2)　平成に入ってからこのようなことは何回ありましたか．ただし，今年は含めないものとする．

平成２８年度入学試験　　解答用紙「 数学 」（その１）

京都共栄学園高等学校
バタビア特進コース

受験番号		氏　名		採点	

1　答えのみを記入しなさい.

(1)	(2)
(3)	(4)
(5)	(6)　モンブラン　　　　個，チーズケーキ　　　　個

2　途中の式や考え方も記述しなさい.

(1)

（答） $s =$ 　　　, $t =$

(2)

（答）

(3)

（答）

(4)

（答）

平成２８年度入学試験　　解答用紙「 数学 」(その２)　　京都共栄学園高等学校
バタビア特進コース

受験番号		氏　名	

3　途中の式や考え方も記述しなさい.

(1)

(答) QR＝

(2)

(答)

(3)

(答) 大きい方：　　　，小さい方：

4　途中の式や考え方も記述しなさい.

(1)

(答) 西暦　　　年

(2)

(答)　　　回

平成２８年度入学試験　　解答用紙「 数学 」（その１）　　京都共栄学園高等学校 バタビア特進コース

受験番号		氏　名	模　範　解　答	採点	

1　答えのみを記入しなさい.

(1)　$\frac{55\sqrt{2}}{8}$	(2)　$(a+b)(a+b-2)$
(3)　$S=\frac{abc}{4R}$	(4)　$0 \leqq y < 9$
(5)　$\frac{1}{9}$	(6)　モンブラン　8　個，チーズケーキ　16　個

2　途中の式や考え方も記述しなさい.

(1)

$y=sx^2$ は$(2,3)$を通るので

$3=s\times 2^2$

よって，$s=\frac{3}{4}$

また，$\mathrm{B}(-2,3)$より，正方形の一辺の長さは 4 だから

$\mathrm{C}(-2,-1)$，$\mathrm{D}(2,-1)$

$y=tx^2$ は$(2,-1)$を通るので

$-1=t\times 2^2$

よって，$t=-\frac{1}{4}$

（答）$s=\frac{3}{4}$，$t=-\frac{1}{4}$

(2)

ℓ: $y=ax$ に $y=3,\ y=-1$ を代入すると，

それぞれ $x=\frac{3}{a},\ x=-\frac{1}{a}$ なので

$\mathrm{E}\left(\frac{3}{a},3\right)$，$\mathrm{F}\left(-\frac{1}{a},-1\right)$

よって

$\mathrm{AE}=2-\frac{3}{a}$，$\mathrm{FD}=2+\frac{1}{a}$，$\mathrm{EB}=2+\frac{3}{a}$，$\mathrm{CF}=2-\frac{1}{a}$

である.

台形 AEFD と台形 BCFE は高さが同じなので，

上底と下底の和が 2 : 3 になればよい.

$$\left(2-\frac{3}{a}\right)+\left(2+\frac{1}{a}\right):\left(2+\frac{3}{a}\right)+\left(2-\frac{1}{a}\right)=2:3$$

$$4-\frac{2}{a}:4+\frac{2}{a}=2:3$$

$$3\left(4-\frac{2}{a}\right)=2\left(4+\frac{2}{a}\right)$$

両辺 a 倍して

$$3(4a-2)=2(4a+2)$$

これを解いて

$a=\frac{5}{2}$　（これは、$a>\frac{3}{2}$ を満たす）

（答）$a=\frac{5}{2}$

(3)

$a=\frac{5}{2}$ より $\mathrm{F}\left(-\frac{2}{5},-1\right)$

また，四角形 AEFD の面積は

$$(4\times 4)\times\frac{2}{2+3}=\frac{32}{5}$$

△GFD の面積が$\frac{16}{5}$になればよいが，底辺 $\mathrm{FD}=\frac{12}{5}$ より

$$\frac{16}{5}\div\frac{12}{5}\div\frac{1}{2}=\frac{8}{3}$$

が△GFD の高さとなる．よって，G の y 座標は$\frac{5}{3}$より

$\mathrm{G}\left(\frac{2}{3},\frac{5}{3}\right)$

直線 m の式を $y=bx+c$ とおくと，G, D を通るので

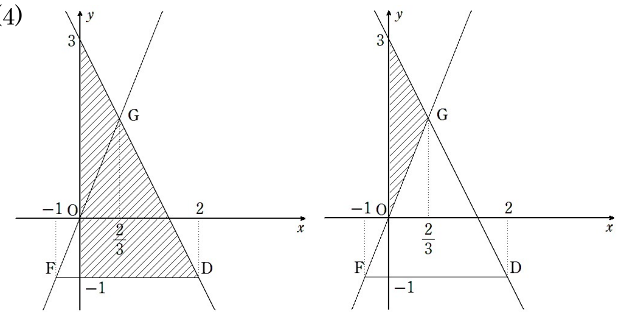
$$\begin{cases}\frac{2}{3}b+c=\frac{5}{3}\\ 2b+c=-1\end{cases}$$

これを解いて

$(b,c)=(-2,3)$

（答）$y=-2x+3$

(4)



求める回転体の体積は

左上図の回転体の体積－右上図の回転体の体積

$$=\frac{1}{3}\times\pi\times 2^2\times 4-\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times 3$$

$$=\frac{44}{9}\pi$$

（答）$\frac{44}{9}\pi$

平成２８年度入学試験　　解答用紙「 数学 」（その２）　　京都共栄学園高等学校
バタビア特進コース

受験番号		氏　名	

3 途中の式や考え方も記述しなさい.

(1)

O から O′R に垂線 OS を引く.

直角三角形 OO′S において

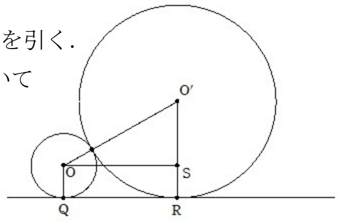
$OO' = 3 + 1 = 4$

$O'S = 3 - 1 = 2$

三平方の定理より

$OS = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$

四角形 OQRS は長方形だから，これは QR に等しい.



（答）QR＝　$2\sqrt{3}$

(2)

△OO′S は，辺の比が $1:2:\sqrt{3}$ の三角形より

$\angle OO'S = 60°$

また，

四角形 OO′RQ の内角を考えると

$\angle TOQ = 360° - (90° + 90° + 60°) = 120°$

よって

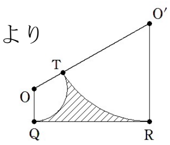
斜線部の面積

＝台形 OO′RQ の面積－扇形 OTQ の面積

－扇形 O′TR の面積

$= \frac{1}{2} \times (1+3) \times 2\sqrt{3} - \pi \times 1^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 3^2 \times \frac{60}{360}$

$= 4\sqrt{3} - \frac{11}{6}\pi$



（答）　$4\sqrt{3} - \frac{11}{6}\pi$

(3)

直線 m と QR との交点を U とする.

△OQU と△OTU について

$\angle OQU = \angle OTU = 90°$，$OQ = OT$，OU は共通

より，直角三角形の斜辺と他の一辺が等しいので

$\triangle OQU \equiv \triangle OTU$

対応する角の大きさは等しいので

$\angle QOU = \angle TOU = 60°$

よって，△OQU は内角が $30°, 60°, 90°$ の三角形より

$OQ : QU = 1 : \sqrt{3}$

すなわち，$QU = \sqrt{3}$ だから

四角形 OQUT の面積

$= 2 \times \triangle OQU$

$= 2 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$

より

・斜辺部左側の面積

$= \sqrt{3} - \pi \times 1^2 \times \frac{120}{360} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

・斜辺部右側の面積

$= \left(4\sqrt{3} - \frac{11}{6}\pi\right) - \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3} - \frac{3}{2}\pi$

と求まる.

ここで，$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.73$，$\pi \fallingdotseq 3.14$ より

左側の面積≒0.68，右側の面積≒0.48

（答）大きい方：　$\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$　，小さい方：　$3\sqrt{3} - \frac{3}{2}\pi$

4 途中の式や考え方も記述しなさい.

(1)

平成 x 年は西暦 $1988 + x$ 年と表せる（x は自然数）.

西暦が和暦で割り切れるとき，$\frac{1988+x}{x}$ が整数となるが

$\frac{1988+x}{x} = \frac{1988}{x} + 1$ より，$\frac{1988}{x}$ が整数であればよく，

結局 1988 を割り切るような x を考えればよい.

ここで $1988 = 2^2 \times 7 \times 71$ より，

そのような x は、28 以下の範囲においては

$x = 1, 2, 4, 7, 14, 28$　……(*)

よって，前回このようなことが起こったのは平成 14 年

すなわち西暦 2002 年である.

（別解）

$2015 \div 27$，$2014 \div 26$，$2013 \div 25$，…… と順に割り算をすることで求めてもよい.

（答）西暦　2002　年

(2)

(*)より

平成に入ってから 5 回あったことがわかる.

（答）　5　回